Correction du DS-1

EXERCICE I

1/ Th de l'E_c entre A et B.

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - 0 = mgh + 0$$

$$v_B = \sqrt{2gr(1-\cos\alpha)} \simeq 7{,}07\ m/s$$

$v_C = v_B$ soit par application Th. E_c ou Principe d'inertie.

2-1/ $$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = mg(1-\cos\alpha) - f.r.\frac{\pi}{3}$$

$$v_B = \sqrt{2gr(1-\cos\alpha) - \frac{2fr\pi}{3m}}$$

2-2/ $$\frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$$
$$= 0 - f.r$$

$$\frac{1}{2}mv_C^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 - fr$$

$$v_C = \sqrt{v_B^2 - \frac{2fr}{m}}$$

2-3/ $$0 = v_B^2 - \frac{2fr}{m}$$

$$\frac{2fr}{m} = 2gr(1-\cos\alpha) - \frac{2f\pi}{3m}$$

$$f = \frac{mg(1-\cos\frac{\pi}{3})}{1+\frac{\pi}{3}} = 195{,}4\ N.$$

3-1) $$\frac{1}{2}mv_E^2 - \frac{1}{2}mv_C^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$$

$$\frac{1}{2}mv_E^2 = mgh + 0$$
$$= mgr(1-\sin\theta)$$

$$v_E = \sqrt{2gr(1-\sin\theta)}$$

3-2) $$\sin\theta = 1 - \frac{v_E^2}{2gr} = 0{,}67$$

$$\theta \simeq 41{,}8°$$

3-3 $$\frac{1}{2}mv_x^2 - \frac{1}{2}mv_E^2 = W(\vec{P})$$ Chute libre

$$\frac{1}{2}mv_x^2 - \frac{1}{2}mv_E^2 = mgh \qquad h = r\sin\theta$$

$$v_x^2 = v_E^2 + 2gr\sin\theta$$

$$v_x = 10\ m/s.$$

EXERCICE : II

1°/ Appliquons le Th. E_c entre la position θ_{max} et l'equilebre ($\theta = 0$).

$$\frac{1}{2}J_\Delta\omega^2 - 0 = W(\vec{P})$$

$$\frac{1}{2}J_\Delta\omega^2 = mg\frac{l}{2}(1-\cos\theta_{max})$$

$$\omega = \sqrt{\frac{mgl}{J_\Delta}(1-\cos\theta_m)} = 5\ rad/s$$

La vitesse du centre d'inertie est :

$$v_G = \frac{l}{2}\omega = \frac{0{,}6\times 5}{2} = 1{,}5\ m/s$$

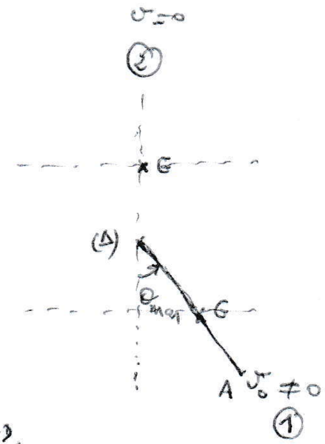
2/ La vitesse de A (ils ont la même vitesse angulaire ω)

$$v_A = l\omega = 3\ m/s.$$

3/ La hauteur maximale atteinte par A est :

$$z_{max} = l(1-\cos\theta_m)$$
$$= 0{,}3\ m$$

4/



$$0 - \frac{1}{2}J_\Delta\omega_0^2 = W_{1\to 2}(\vec{P})$$

$$-\frac{1}{2}J_\Delta\omega_0^2 = -mgh.$$
$$= -mg\left(\frac{l}{2} + \frac{l}{2}\cos\theta_m\right)$$

$$\omega_0^2 = \frac{mgl}{J_\Delta}(1+\cos\theta_m)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{J_\Delta}(1+\cos\theta_m)}$$

$$v_0 = l\omega_0 = l\sqrt{\frac{mgl}{J_\Delta}(1+\cos\theta_m)}$$