

TRAVAIL ET PUISSANCE

1- TRAVAIL D'UNE FORCE

- Une force travaille, si son point d'application se déplace dans une direction qui n'est pas perpendiculaire à celle de la force.
- Une force ne travaille pas si : sa direction est perpendiculaire à la trajectoire de son point d'application, ou son point d'application ne se déplace pas.

1-1 Travail d'une force constante en translation rectiligne.

Une force est constante si sa valeur, sa direction et son sens ne varient pas au cours du temps.

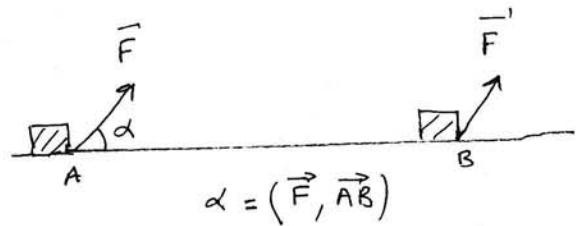
Exemple : le poids d'un objet peut constituer une force constante pour une faible altitude.

Par définition Le travail d'une force constante dont le point d'application M se déplace de A à B sur le segment [AB] est égal au produit scalaire du vecteur force \vec{F} par le vecteur déplacement \vec{AB} .

$$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = \vec{F} \cdot \vec{AB}$$

$$= F \cdot AB \cdot \cos(\alpha)$$

↑ Joule (J) ↑ (N) \ (m)

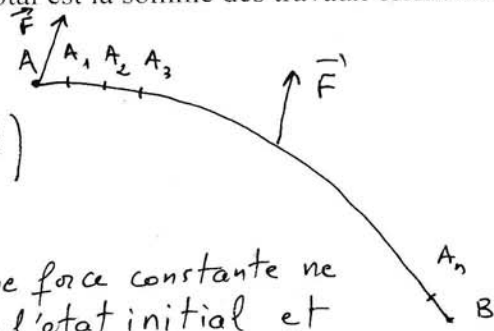


1-2 Travail d'une force constante en translation curviligne.

On divise le trajet curviligne en des petits trajets qui peuvent être considérés comme rectilignes, le travail de la force sur chaque petit trajet est appelé travail élémentaire. Le travail total est la somme des travaux élémentaires.

$$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = \vec{F} \cdot \vec{AA}_1 + \vec{F} \cdot \vec{A_1A_2} + \dots + \vec{F} \cdot \vec{A_nB}$$

$$= \vec{F} \cdot (\vec{AA_1} + \vec{A_1A_2} + \vec{A_2A_3} + \dots + \vec{A_nB})$$



$$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = \vec{F} \cdot \vec{AB}$$

Le travail d'une force constante ne dépend que de l'état initial et de l'état final.

Remarque : Le travail est une grandeur algébrique.

si $0 \leq \alpha < 90^\circ$, alors $\cos \alpha > 0$ et $W_{AB}(\vec{F}) > 0$ le travail est moteur

si $\alpha = 90^\circ$, alors $\cos \alpha = 0$ et $W_{AB}(\vec{F}) = 0$ le travail est nul $\left(\vec{F} \perp \vec{AB} \right)$

si $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$, alors $\cos \alpha < 0$ et $W_{AB}(\vec{F}) < 0$ le travail est résistant

Application :

Un remorqueur tire un pétrolier sur une distance de 0.6 Km avec une force constante de valeur $F = 200$ kN. La droite d'action de la force et la direction du déplacement rectiligne font un angle de 30° .

- Calculer le travail fourni par la force exercée par le câble sur le pétrolier. Comment qualifierait-on le travail
- Si l'angle était de 150° , quel serait la valeur du travail, comment le qualifierai-t-on

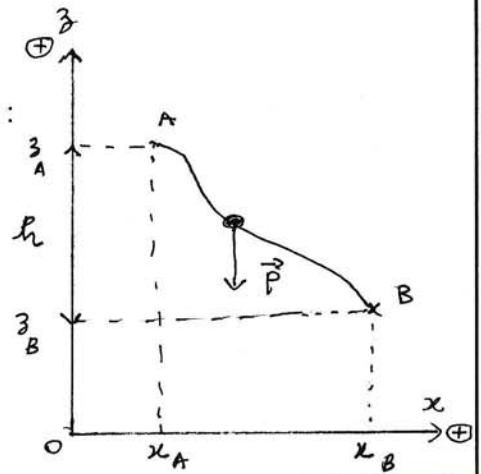
1-3 Le travail du poids

Le poids est considéré comme une force constante, son travail est :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{AB} \quad \text{avec} \quad \vec{P} \begin{cases} P_x = 0 \\ P_y = -P \end{cases} \quad \vec{AB} \begin{cases} x_B - x_A \\ z_B - z_A \end{cases}$$

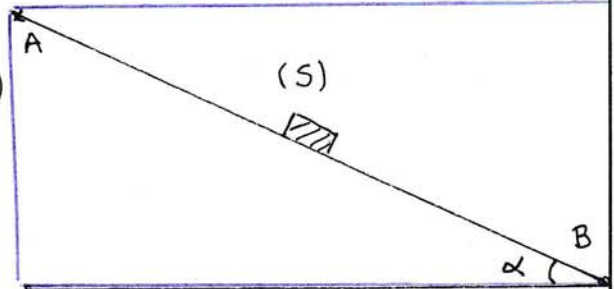
$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = -mg(z_B - z_A) = -mg(z_A - z_B) = mgh$$

d'une façon générale : $W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = \pm mgh$
 (+) lors d'une descente et (-) lors d'une montée.



Exercice : un corps (S) de masse $m = 200\text{g}$ glisse sans frottement sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$. (schéma)

Calculer les travaux des forces exercées sur (S) lors du déplacement de A à B on donne $AB = 50\text{cm}$ et $g = 10\text{N/kg}$



2-Travail d'une force a moment constant sur une solide en rotation

Pour une faible rotation $\delta\theta$ la force \vec{F} peut être considérée comme constante, d'où le travail élémentaire : $\delta W = \vec{F} \cdot \delta\vec{\ell} = F \cdot \delta\ell \cdot \cos\alpha$

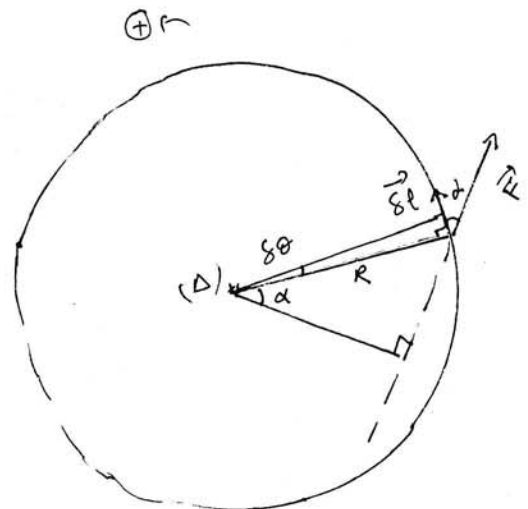
$$\text{on a } \delta\ell = R \delta\theta \Rightarrow \delta W = F \cdot R \cdot \cos\alpha \cdot \delta\theta$$

$$\delta W = M_{\Delta}(\vec{F}) \cdot \delta\theta$$

Le Travail total : $W = \sum \delta W$

$$W = \sum M_{\Delta}(\vec{F}) \cdot \delta\theta = M_{\Delta}(\vec{F}) \cdot \sum \delta\theta$$

$$W = M_{\Delta}(\vec{F}) \cdot \Delta\theta$$



3- puissance d'une force

3-1 la puissance moyenne :

C'est le quotient du travail effectué par la durée.

$$P_m = \frac{W}{\Delta t} \quad \leftarrow (\text{J})$$

$$(\text{W}) \quad \leftarrow (\text{s})$$

3-2 la puissance instantanée :

- cas d'une translation $\delta W = \vec{F} \cdot \delta\vec{\ell} \Rightarrow P = \frac{\vec{F} \cdot \delta\vec{\ell}}{\delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v}$

$$P = \frac{\delta W}{\delta t}$$

- cas d'une rotation $\delta W = M_{\Delta}(\vec{F}) \cdot \delta\theta \Rightarrow P = M_{\Delta}(\vec{F}) \cdot \frac{\delta\theta}{\delta t} = M_{\Delta}(\vec{F}) \cdot \omega$