Cours 1 : les distributions de charges et de courants M.JANAN

1. Les charges statiques

	Distribution volumique	Distribution surfacique	Distribution linéique
La densité	$\rho(P)=\dfrac{dq}{dv}$ $(\mathrm{C.\,m^{-3}})$	$\sigma=\dfrac{dq}{dS}$ $(\mathrm{C.m^{-2}})$	$\lambda=\dfrac{dq}{dl}$ $(\mathrm{C.m^{-1}})$
La charge élémentaire	$dq=\rho(P)dv$	$dq=\sigma(P)ds$	$dq=\lambda(P)dl$
La charge totale	$Q=\iiint_{P\in v}\rho(P)dv$	$Q=\iint_{P\in S}\sigma(P)ds$	$Q=\int_{P\in L}\lambda(P)dl$
Cas d'une distribution uniforme	$\rho(P)=cste\,\forall P$ $Q=\rho V$	$\sigma(P)=cste\,\forall P$ $Q=\sigma S$	$\lambda(P)=cste\,\forall P$ $Q=\lambda L$

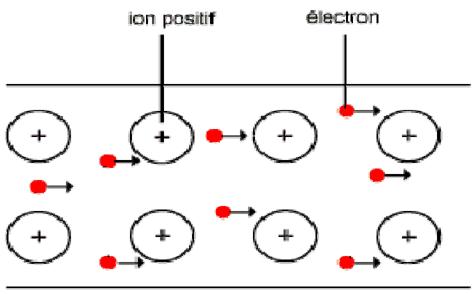
2. Les charges mobiles : les courants

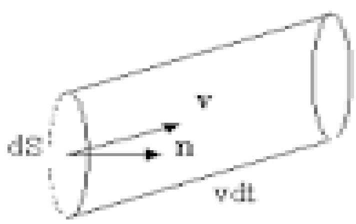
♣ *Intensité électrique : la charge δq qui traverse une section S dans le sens de sa normale pendant un intervalle de temps dt: C'est le flux de vecteur densité volumique de courant à travers une surface :*

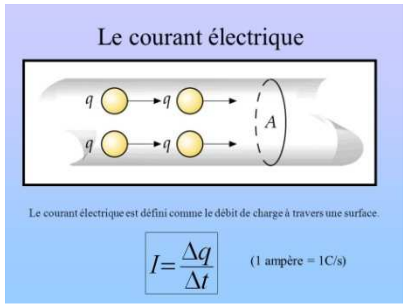
$$\boxed{\underbrace{i(t)}_{en\ Ampere}=\frac{dq_m(t)}{dt}=\iint_{P\in S}\underbrace{\vec{j}(P,t)}_{A.m^{-2}}.\underbrace{\vec{n}(p)}_{m^2}dS}$$

La normale est dirige vers l'extérieur pour une surface fermée et par la règle de tire bouchon pour une surface à bord.

- *le vecteur densité volumique de courant est:* $\boxed{\vec{j}=nq\vec{v}=\rho_m\vec{v}}$ (Am^{-2}) *avec* $\rho_m=nq$ *: la densité volumique de charges **mobiles***







Les distributions des courants	L'intensité du courant
le vecteur densité surfacique de courant : $\vec{j}_S=\sigma_m\vec{v}$ (Am^{-1})	L'intensité i traverse ***non plus une section mais une longueur*** L d'une courbe $\underbrace{i(t)}_{A}=\dfrac{dq_m(t)}{dt}=\int_{P\in L}\underbrace{j_s(P,t)}_{A.m^{-1}}\underbrace{dL}_{m}(P)$
La densité linéique de courant: $\vec{j}_l=\lambda_m\vec{v}$ (A).	La densité linéique de courant correspond au courant lui-même $\underbrace{i(t)}_{A}=j_l$

⇒ *Milieu composé de plusieurs types de porteurs de charges :*

$$\rho_m=\sum_k n_k q_k \quad et \quad \vec{j}=\sum_k n_k q_k \vec{v}_k$$

3 .conservation de la charge électrique.

$\Rightarrow$ La charge totale d'un système isolé se conserve au cours du temps. Ce principe se traduit par des équations de conservation :

Equation locale	Equation intégrale
$div\,\vec{j}(M,t)+\dfrac{\partial\rho(M,t)}{\partial t}=0$	$\oiint_{\Sigma}\vec{j}(P,t).\vec{n}dS+\iiint_{V}\dfrac{\partial\rho(P,t)}{\partial t}d\tau=0$

$\Rightarrow$ Régime permanent (ou stationnaire) :

$$\frac{\partial\rho(M,t)}{\partial t}=0\Leftrightarrow div\,\vec{j}(M)=0$$: **Le champ de vecteurs $\vec{j}$ est à flux conservatif**

- L'intensité électrique qui sort algébriquement d'une **surface fermée** est nulle.

$$div\,\vec{j}(M,t)=0\Leftrightarrow\oiint\vec{j}(P,t).\vec{n}dS=0$$

- L'intensité à la même valeur à travers toutes les sections d'un même tube de Courant.

4. loi d'ohm locale et intégrale

$\Rightarrow$ Loi d'ohm locale:

Modèle phénoménologique de Drude : $\boxed{\vec{j}(M,t)=\gamma\vec{E}(M,t)}$

- $\vec{j}$: Le vecteur densité volumique de courant.
- $\vec{E}$: Le champ électrique dans le milieu conducteur
- γ est la conductivité locale du milieu

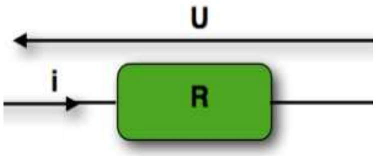
En régime variable sinusoïdal, la loi d'ohm locale reste valable pour des champs électromagnétiques dont la fréquence reste petite devant 10^{14} Hz (les fréquences industrielles et hertziennes)

$\Rightarrow$ **Relaxation d'un conducteur ohmique :**

Pour des champs électromagnétiques dont la fréquence reste petite devant 10^{18} Hz, la densité volumique de charges dans un bon conducteur (les métaux) est toujours nulle. $\boxed{\rho(M,t)=O}$

$\Rightarrow$ **Loi d'ohm intégrale (calcul des résistances en régime stationnaire)**

La résistance définie par $\boxed{R=\dfrac{V_1-V_2}{I}=\dfrac{U}{I}=\dfrac{\int_1^2\vec{E}.d\vec{l}}{\gamma\iint_{\Sigma}\vec{E}.d\vec{S}}}$



Procéder de la façon suivante :

- Résoudre l'équation de laplace en utilisant les conditions aux limites (continuité du potentiel).
- Calculer $\vec{E}$ par $-\overrightarrow{grad}V$ puis $\vec{j}(M)$ par : $\gamma\vec{E}(M)$ et Calculer $I=\iint_{\Sigma}\vec{E}.d\vec{S}$
- La résistance en découlera

5. La puissance volumique fournie par le champ électrique aux charges mobiles (Loi de joule locale) est:

$$\boxed{P_{vol}=\vec{j}.\vec{E}\underbrace{=}_{\substack{cond\\ohmique}}\frac{j^2}{\gamma}=\gamma E^2}$$