1. les équations de Maxwell dans le vide

$\Rightarrow$ *En régime variable, on ne peut pas conserver les équations locales de l'électrostatique et de la magnétostatique en supposant que* $\rho(M,t)$ *et* $\vec{j}(M,t)$. *sont des fonctions du temps.*

1.1. Contenu physique des équations de Maxwell

les équations locales et les expressions intégrales équivalentes	***Contenu physique***
$div\vec{E}=\dfrac{\rho}{\varepsilon_0}\Rightarrow\oiint_{(S)}\vec{E}.\vec{dS}=\dfrac{1}{\varepsilon_0}Q_{\text{int}}$ *(Equation de Maxwell-gauss)*	***Le flux du champ électrique à travers une surface fermé est égal au quotient par de la charge électrique contenue à l'intérieur de cette surface***
$\overrightarrow{rot}\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}\Rightarrow\oint\vec{E}.\vec{dl}=-\dfrac{d}{dt}\iint\vec{B}.\vec{dS}=-\dfrac{d\Phi}{dt}$ *(Equation de Maxwell-faraday)* *un champ magnétique variable dans le temps donne naissance à un champ électrique*	***La circulation du champ électrique le long d'un contour est égal à l'oppose de la dérivé du flux magnétique de*** $\vec{B}$ ***à travers une surface qui s'appuie sur ce contour.***
$div\vec{B}=0\Rightarrow\oiint_{(S)}\vec{B}.\vec{dS}=0$ *Equation de Maxwell-flux*	***Le flux du champ magnétique à travers une surface fermé est nul . le flux de*** $\vec{B}$ ***à la même valeur, à un instant, à travers toute section d'un tube de champ.***
$\overrightarrow{rot}\vec{B}=\mu_0\vec{j}+\varepsilon_0\mu_0\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t}\Rightarrow$ $\oint_{(C)}\vec{B}.\vec{d\ell}=\mu_0\iint_{(S)}\left[\vec{j}+\varepsilon_0\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right].\vec{dS}$ $=\mu_0(i_{enl}+i_{dép})(TAG)$ *Equation de Maxwell-ampère* *un champ électrique variable dans le temps donne naissance à un champ magnétique*	***La circulation du champ magnétique le long d'un contour est égal la somme des courants libres enlacés par le circuit et des courants de déplacement qui sont égaux au flux de vecteur densité de courant de déplacement*** $\vec{j}_d=\varepsilon_0\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t}$ ***à travers la surfaces S qui s'appuie sur le contour***

2.2. Equation de conservation de charges :

$\Rightarrow$ *La charge totale d'un système ferme se conserve au cours du temps. Ce principe se traduit par des équations de conservation :*

équation locale	Equation intégrale
$div\vec{j}(M,t)+\dfrac{\partial\rho(M,t)}{\partial t}=0$	$\oint\!\!\oint_{\Sigma}\vec{j}(P,t).\vec{n}dS+\iiint_{V}\dfrac{\partial\rho(P,t)}{\partial t}d\tau=0$

En effet

$$\overrightarrow{rot}\vec{B}=\mu_0\vec{j}+\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\Rightarrow div\overrightarrow{rot}\vec{B}=\mu_0 div\vec{j}+\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial div\vec{E}}{\partial t}\Rightarrow div\vec{j}(M,t)+\frac{\partial\rho(M,t)}{\partial t}=0$$

2.3. Relations de passage :

les relations de passage se substituent aux équations de Maxwell dans le cas d'une modélisation surfacique céda en présence des charges et des courants surfaciques . $\vec{n}_{12}$ est le vecteur unitaire porté par la normale à la surface et dirigé du côté 1 vers le côté 2.

pour le champ magnétique	pour le champ électrique
$\vec{B}_2(M^+,t)-\vec{B}_1(M^-,t)=\mu_0\vec{j}_s(M,t)\wedge\vec{n}_{12}$	$\vec{E}_2(M^+,t)-\vec{E}_1(M^-,t)=\dfrac{\sigma(M,t)}{\varepsilon_0}\vec{n}_{12}$
la composante normale de $\vec{B}$ est continue à la traversée d'une nappe de courante : $\boxed{\vec{B}_2.\vec{n}=\vec{B}_1.\vec{n}\rightarrow B_{2n}(M^+,t)=B_{1n}(M^-,t)}$	*la composante normale de $\vec{E}$ est discontinue à la traversée d'une surface chargée :* $\boxed{\vec{E}_2.\vec{n}-\vec{E}_1.\vec{n}=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\rightarrow E_{2n}-E_{2n}=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}}$
la composante tangentielle de $\vec{B}$ est discontinue : $\boxed{\vec{B}_{2t}-\vec{B}_{1t}=\mu_0\vec{j}_s\wedge\vec{n}_{12}}$	*la composante tangentielle de $\vec{E}$ est continue :* $\boxed{\vec{E}_2.\vec{t}=\vec{E}_1.\vec{t}\rightarrow E_{2t}(M^+,t)=E_{1t}(M^-,t)}$

2. Les potentiels.

2.1. Relations entre champs et potentiel.

Potentiel vecteur	Potentiel scalaire
Equation de M.flux étant inchangée par rapport au cas statique: $div\vec{B}(M,t)=0\Leftrightarrow\exists\vec{A}(M,t)$ *tel que* $\vec{B}(M,t)=\overrightarrow{rot}\vec{A}(M,t)$	*le champ électrique n'étant plus à circulation conservative, on ne peut pat définir le potentiel scalaire de la même façon :* $\overrightarrow{rot}\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}=-\dfrac{\partial\overrightarrow{rot}\vec{A}}{\partial t}\Leftrightarrow\overrightarrow{rot}(\vec{E}+\dfrac{\partial\vec{A}}{\partial t})=\vec{0}$ $\boxed{\vec{E}(M,t)=-\dfrac{\partial\vec{A}(M,t)}{\partial t}-\overrightarrow{grad}V(M,t)}$

2.2. Jauge de Lorentz :

$\Rightarrow$ *On admet que Les potentiels V et $\vec{A}$ vérifient en tout point et à tout instant la condition de jauge de Lorentz :* $\boxed{div\vec{A}+\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial V}{\partial t}=0}$

2.3. Potentiels retardés :

Equation de propagations de potentiel Scalaire	Equation de propagations de potentiel vecteur
$\boxed{\Delta V-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2 V}{\partial t^2}+\frac{\rho}{\varepsilon_0}=0}$	$\boxed{\Delta\vec{A}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2}+\mu_0\vec{j}=\vec{0} \quad \varepsilon_0\mu_0=\frac{1}{c^2}}$
$MG: div\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}$ $div\left(-\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}-\overrightarrow{grad}V\right)$ $=\frac{\rho}{\varepsilon_0}\rightarrow\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_0\mu_0\frac{V}{\partial t})-\Delta V=\frac{\rho}{\varepsilon_0}$	$MA\Rightarrow\mu_0\vec{j}+\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}=\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}\vec{A})=\overrightarrow{grad}(div\vec{A})-\Delta\vec{A}$ $\mu_0\vec{j}+\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial}{\partial t}(-\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}-\overrightarrow{grad}V)=\overrightarrow{grad}(div\vec{A})-\Delta\vec{A}$ $\Delta\vec{A}-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial}{\partial t}(\frac{\partial\vec{A}}{\partial t})+\mu_0\vec{j}=\overrightarrow{grad}(\overbrace{div\vec{A}+\varepsilon_0\mu_0+\frac{\partial V}{\partial t}}^{=0})$
Solution admise $V(M,t)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_V\frac{\rho(P,t-PM/c)}{PM}d\tau$	$\vec{A}(M,t)=\frac{\mu_0}{4\pi}\iiint_V\frac{\vec{j}(P,t-PM/c)}{PM}d\tau$

Commentaire : potentiels retardés :

$\Rightarrow$ ***Les potentiels et par conséquent les champs crées au point M à l'instant t par la distribution de charge mettent un temps $\tau=PM/c$ pour se propager du point P au point M : l'action ressentie au point est donc liée à la valeur des densités de charge et de courant au point source à l'instant $t-PM/c$; cet instant est antérieur à l'instant t.***

Exemple :

Lorsqu'on observe une étoile, on perçoit la lumière qu'elle a émise à un instant antérieur à l'instant d'observation, la différence entre ces deux instants représente le temps nécessaire à la lumière pour parcourir la distance séparent cet étoile de la terre, pour le soleil ce temps est d'environ 8mn

3. L'approximation des régimes quasi permanents L'ARQP

3.1. Définition

⇒ L'ARQP ***Consiste à négliger <u>le temps de retard</u>*** $\tau = \dfrac{PM}{c}$ ***qui figurent dans l'expression de potentiels retardés nécessaire à la propagation devant un temps caractéristique T de l'évolution temporelle de la distribution de charges et courant associé au champ électromagnétique (en régime périodique T désigne la période, en régime transitoire T est le temps de relaxation ou constante du temps) :*** $\boxed{\tau = \dfrac{PM}{c} \ll T \Rightarrow PM \ll \lambda = cT}$

⇒ *L'approximation consistant à considérer la propagation du champ électromagnétique comme <u>instantanée</u> alors l'expression approchée V s'écrit:*

$$\boxed{V(M,t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_V \frac{\rho(P,t)}{PM}d\tau} \text{ (Potentiel instantanée)}$$

3.2. Domaine de validité de l'approximation des régimes quasi permanents

⇒ *Un observateur est dans les conditions de* l'A.R.Q.S. *lorsque la distance le séparant de n'importe quel point de l'ensemble des sources est petite devant la longueur d'onde caractéristique du phénomène étudié.*

⇒ ***En notant*** D ***l'extension géométrique typique du système envisagé, le critère de validité de*** l'A.R.Q.S. ***s'écrit finalement:*** $\boxed{D \ll cT = \lambda}$

<u>*Exemples*</u> :

- *Considérons un **<u>circuit électronique</u>** dont les dimensions sont de l'ordre de 1m. Si l'on fait fonctionner ce circuit à une fréquence* f = 1 MHz, *la longueur d'onde sera* λ = 300 m ***ce qui correspondra à l'AR.Q.S.*** *On pourra donc utilisera loi des nœuds*
- *En revanche, pour f = 1 GHz, la longueur d'onde devient* λ = 3 cm. ***l'AR.Q.S.*** *n'est pas valable et On devra alors tenir compte des phénomènes de propagation à l'intérieur du circuit.*

3.3.Équations locales de l'électromagnétisme dans l'A.R.Q.S.

⇒ *Par définition de* l'A.R.Q.S. *les potentiels s'écrivent:*

$$\boxed{V(M,t) = \frac{1}{4\pi e_0}\iiint_V \frac{\rho(P,t)}{PM}d\tau . \vec{A}(M,t) = \frac{\mu_0}{4\pi}\iiint_V \frac{\vec{j}(P,t)}{PM}d\tau}$$

⇒ ***<u>Symboliquement la</u>*** *vitesse de propagation tend vers l'infini* $\tau = \dfrac{PM}{c} \to 0 \Rightarrow c \to \infty$

⇒ *Les équations de Maxwell dans* l'A.R.Q.S. *s'écrivent alors :*

$$\boxed{div\,\vec{E} = \frac{\rho}{e_0} \;\; ; \;\; \overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \;\; ; \; div\,\vec{B} = 0 \;\; ; \;\; \overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0 \vec{j}}$$

$\Rightarrow$ *Le vecteur* $\vec{j}$ *dont la divergence est nulle dans* l'A.R.Q.S. $div\,\vec{j} = 0$ *par conséquent loi des nœuds valable dans* l'A.R.Q.S.

$\Rightarrow$ *Dans* l'A.R.Q.S. $\vec{B} = \overrightarrow{rot}\vec{A}$ *et* $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$

Remarque : Principe de superposition

$\Rightarrow$ *Les équations de Maxwell sont linéaires vis-à-vis des sources : cette propriété valide le principe de superposition relatif à* $\vec{E}$ *et* $\vec{B}$ *: si les champs* $\vec{E}_1$ et $\vec{B}_1$ *correspondent aux sources* ρ_1 *et* $\vec{j}_1$ *et si les champs* $\vec{E}_2$ et $\vec{B}_2$ *correspondent aux sources* ρ_2 *et* $\vec{j}_2$*, alors à la distribution des sources* $\lambda\rho_1 + \mu\rho_2$ *et* $\lambda\vec{j}_1 + \mu\vec{j}_2$ *correspondent les champs:*

$$\lambda\vec{E}_1 + \mu\vec{E}_2 \;\; et \;\; \lambda\vec{B} + \mu\vec{B} \;\; \textit{(Principe de superposition).}$$

En particulier :

- ***cette linéarité permet d'utiliser la méthode complexe pour les calculs des champs.***
- ***Lorsqu'on intègre par rapport au temps les équations de Maxwell, les constantes d'intégration qui s'introduisent pour les champs*** $\vec{E}$ et $\vec{B}$ ***peuvent être interprétées comme des champs statiques. Si le problème que l'on étudie est essentiellement un problème non statique (c'est-à-dire si les termes de sources ne comportent que des termes variables dans le temps), ces constantes doivent être considérées comme nulles.***