Fiche de cours 1 : Formulation locale des lois de l'électromagnétisme en régime statique M.JANAN.

	Electrostatique	Magnétostatique
Sources (causes)	distribution de charges caractérisée par la densité volumique $\rho(P)$	distribution de courants caractérisée par la densité volumique $\vec{j}(P)$
Effet	le champ Électrostatique $\vec{E}$	le champ magnétostatique : $\vec{B}$
Les conditions aux limites	A l'infini, champ $\vec{E}$ tend vers zéro pour une distribution d'extension finie pour une distribution volumique de charges, $\vec{E}$ et V sont définis et continus en tout point de l'espace	A l'infini, le champ $\vec{B}$ tend vers zéro pour une distribution d'extension finie pour une distribution volumique de courant, $\vec{A}$ et $\vec{B}$ sont définis et continus en tout point en tout point de l'espace
Champ et potentiel d'une D.V	$\vec{E}(M)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_D \frac{dq\,\overrightarrow{PM}}{PM^3}$ $et\ V(M)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_D \frac{dq(P)}{PM}$	$\vec{B}(M)=\frac{\mu_0}{4\pi}\iiint_D \frac{\overrightarrow{dC}(P)\wedge\overrightarrow{PM}}{PM^3}$ $\vec{A}=\frac{\mu_0}{4\pi}\iiint_D \frac{\overrightarrow{dC}(P)}{PM}$
Distributions	**Volumique , linéaire et surfacique** $dq=[\rho d\tau,\sigma dS,\sigma dS]$	**Volumique, linéaire et surfacique** $\overrightarrow{dC}=\left[\vec{j}d\tau,\vec{j}_s dS,i\vec{dl}\right]$
les méthodes de calcul	l'étude des symétries et des invariances $\Rightarrow$ soit le calcul direct intégral de $\vec{E}$ $\Rightarrow$ soit le calcul du potentiel V suivi de $\vec{E}=-\overrightarrow{grad}\,V$. $\Rightarrow$ soit le théorème de Gauss	avant tout calcul de $\vec{E},\vec{B}$ est obligatoire et incontournable $\Rightarrow$ direct : la formule de Biot et Savart $\Rightarrow$ calculer le potentiel vecteur $\vec{A}$ en déduire le champ $\vec{B}$ par $\vec{B}=\overrightarrow{rot}\vec{A}$.. $\Rightarrow$ utiliser le théorème d'Ampère
Continuity des potentiels	Le potentiel V est continu à la traversée d'une surface chargée	Le potentiel $\vec{A}$ est continu à la traversée d'une nappe de courant
symétries	$\Rightarrow$ Si une distribution de charges possède un plan de symétrie (resp : un plan d'antisymétrie), le champ $\vec{E}$ en tout point de point de plan est contenu dans ce plan de symétrie (resp : $\vec{E}$ est perpendiculaire à ce plan) $\Rightarrow$ En 2 points symétriques M et M' par rapport au plan de symétrie, les champs	$\Rightarrow$ Si une distribution de charges possède un plan d'antisymétrie) (resp : un plan de symétrie), le champ $\vec{B}$ en tout point de point de plan est contenu dans ce plan de symétrie (resp : $\vec{B}$ est perpendiculaire à ce plan) $\Rightarrow$ En 2 points symétriques M et M' par rapport au plan de symétrie, les champs

	sont <u>symétriques</u> : leurs composantes parallèlement au plan sont égales et leurs composantes normales au plan sont opposes	sont <u>antisymétriques</u> : leurs composantes parallèlement au plan sont opposés et leurs composantes normales au plan sont égales
Si une distribution	**est invariance par <u>toute</u> translation** E (r, θ, z) = E(r, θ)	les champs ne dépendent pas de z B (r, θ, z) = B(r, θ)
par rotation	E (r, θ, z) = E(r, z) .	$\Rightarrow$ B (r, θ, z) = B(r, z)
Les relations Locales et intégrales	$\Rightarrow$ le champ $\vec{E}$ n'est pas à flux conservatif (le théorème de Gauss) $\mathrm{div}\ \vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}(1) \Rightarrow \oiint \vec{E}.\vec{dS} = \dfrac{Q_{int}}{\varepsilon_0} \Rightarrow$ le champ $\vec{E}$ est à <u>circulation conservative</u> $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\vec{\mathrm{B}}=\vec{0}\ \ (2) \Rightarrow \oint \vec{E}.\vec{d\ell} = 0$	$\Rightarrow$ $\vec{B}$ n'est pas à <u>circulation conservative</u> théorème d'Ampère (forme locale) $\Rightarrow$ $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\vec{\mathrm{B}}=\mu_0\vec{\mathrm{j}}\ \ (1) \Rightarrow \oint \vec{\mathrm{B}}.\vec{\mathrm{d}\ell} = \mu_0 \iint_S \vec{j}.\vec{dS}$ $\Rightarrow$ le champ $\vec{B}$ est à flux conservatif $\mathrm{div}\ \vec{\mathrm{B}} = 0\ (2) \Rightarrow \oiint \vec{B}.\vec{dS} = 0$
potentiel	Scalaire : $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\ \vec{\mathrm{E}} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{\mathrm{E}} = -\ \overrightarrow{\mathrm{grad}}\mathrm{V}$ $\boxed{\mathrm{V}_A - \mathrm{V}_B = \int_A^B \vec{E}.\vec{dl}}$	Vecteur: $\mathrm{div}\ \vec{\mathrm{B}} = 0 \Leftrightarrow \vec{\mathrm{B}} = \overrightarrow{\mathrm{rot}}\vec{A}$ $\oint \vec{A}.\vec{\mathrm{d}\ell} = \iint_S \vec{B}.\vec{dS}$
V et A ne sont pas uniques	Le potentiel scalaire est déterminé à une Constante scalaire : Si V est une solution alors V+ C est aussi solution	Le potentiel vecteur est déterminé à un <u>gradient près :</u> Si $\vec{\mathrm{A}}$ est une solution alors $\vec{\mathrm{A}} + \overrightarrow{\mathrm{grad}}\mathrm{f}$ est aussi solution
Equation de Poisson	$div(-\overrightarrow{grad}V) = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0} \Rightarrow \Delta V + \dfrac{\rho}{\varepsilon_0} = 0$ Cette équation définit de façon <u>unique</u> le potentiel V lorsqu'on donne : • la répartition de charge ρ • Les conditions aux limites.	$\Delta\vec{A} + \mu_0\vec{j} = \vec{0}$ ($div\vec{A} = 0$:J. de coulomb) Cette équation définit de façon <u>unique</u> le potentiel $\vec{A}$ lorsqu'on donne : ➢ la répartition de courant $\vec{j}$ ➢ Les conditions aux limites.
La solution de L'équation de Poisson	$\boxed{V(M) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_V \dfrac{\rho(P)}{PM}d\tau}$	$\boxed{\vec{A}(M) = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\iiint_V \dfrac{\vec{j}(P)}{PM}d\tau}$
Equation de Laplace	*Dans une zone vide de charges* $\rho = 0$ $\Delta V = 0$	*Dans une zone vide de courants :* $\vec{j} = \vec{0}$ $\Delta\vec{A} = \vec{0}$

	$\Rightarrow$(1) traduit que le champ $\vec{E}$ n'est pas à flux conservatif (le théorème de Gauss) : en régime permanent, les sources du champ électrique sont les charges caractérisées par la densité ρ. Les lignes de champ divergent à partir des charges positives à la manière d'un fluide sortant d'une véritable source et disparaissent sur les charges négatives comme un fluide dans un puits.	*$\Rightarrow$(2) traduit que le champ $\vec{B}$ est à flux conservatif (Le flux magnétique se conserve à chaque instant à travers toute section d'un tube de champ magnétique : les lignes du champ magnétique se resserrent aux points ou son amplitude augmente).*