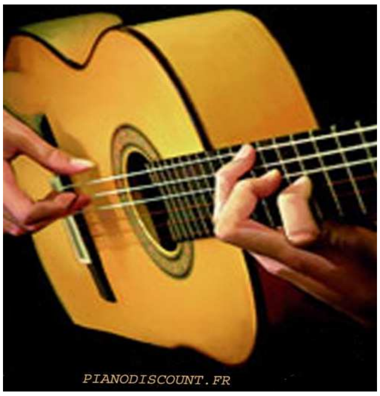
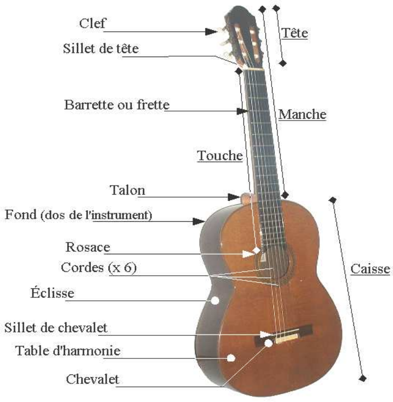




1. Définir une onde ?

$\Rightarrow$ **On appelle onde le phénomène de propagation (à la suite d'une perturbation) d'une grandeur physique scalaire ou vectorielle appelle vibration (hauteur d'eau, vitesse, pression, champ électrique….) dépendant à la fois des coordonnées d'espace et du temps et solution d'une équation dite équation de propagation ou équation d'onde.**

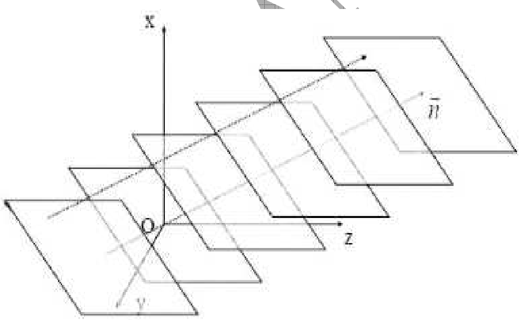
2. Définir une onde plane ?

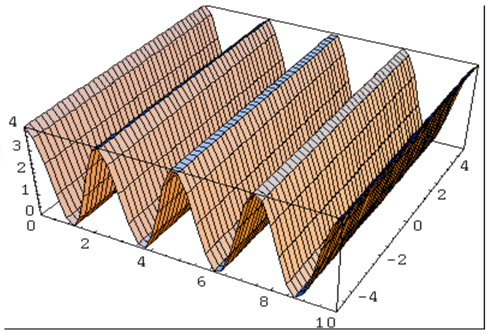
Une onde est dite plane s'il existe un choix de coordonnées x,y,z, telles que a(M, t) ne dépendra qu'une seule cordonnée cartésien $\vec{n}$ (on choisit un axe orienté selon $\vec{n}$)

$$: a(M,t) = a(\vec{n}.\overrightarrow{OM},t)$$

Exemple :

Si on suppose que $a(x,t)$ ne dépend que d'une unique variable cartésienne x et du temps t : les lieux a(x, t) = constante sont des plans perpendiculaires à l'axe ox, $a(M,t) = a(\vec{u}_x.\overrightarrow{OM},t) = a(x,t)$



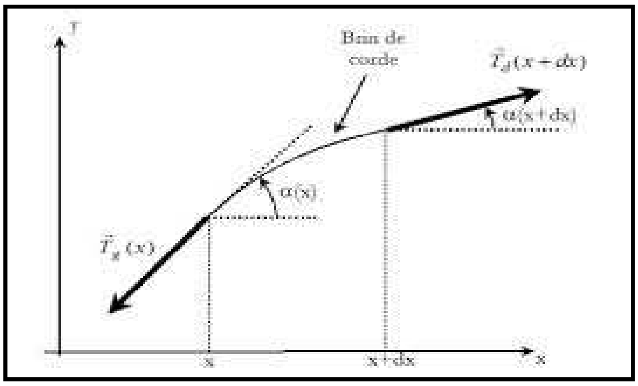


$\Rightarrow$ **On appelle onde plane une onde dont les surfaces d'onde (l'ensemble des points M ou le champ scalaire a(M, t) = constante à un instant donné quelconque)sont des plans perpendiculaires à une direction fixe $\vec{n}$ appelé direction de propagation.**

3. équation de D'Alembert ?

$\Rightarrow$ ***y(x ,t) : le déplacement transversale d'un point M de la corde d'abscisse x à l'instant t obéit à une équation aux dérivées partielles appelée équation de D'Alembert: elle décrit une famille très importante de phénomènes de propagation, La grandeur c qui es t homogène à une vitesse est appelée célérité des ondes :***

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}} \quad \textit{avec} \quad \boxed{c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}}$$



- ***T est la tension de la corde (constante)***
- $\mu = \frac{dm}{dl}$ ***est la masse linéique***

4. quelle est La solution de L'équation de D'Alembert en ondes planes ?

C'est la somme de 2 OPP :

$$\boxed{a(x,t) = \underbrace{f(x-ct)}_{\text{O.P.P.dans le sens des x}\nearrow} + \underbrace{g(x+ct)}_{\text{O.P.P.dans le sens des x}\searrow},\ ou\ a(x,t) = \underbrace{F(t-\frac{x}{c})}_{\text{O.P.P.dans le sens des x}\nearrow} + \underbrace{G(t-\frac{x}{c})}_{\text{O.P.P.dans le sens des x}\searrow},}$$

$\Rightarrow$ La ***quantité*** $x \pm ct$ ***représente la <u>phase</u> de l'onde plane au point d'abscisse x à l'instant t***

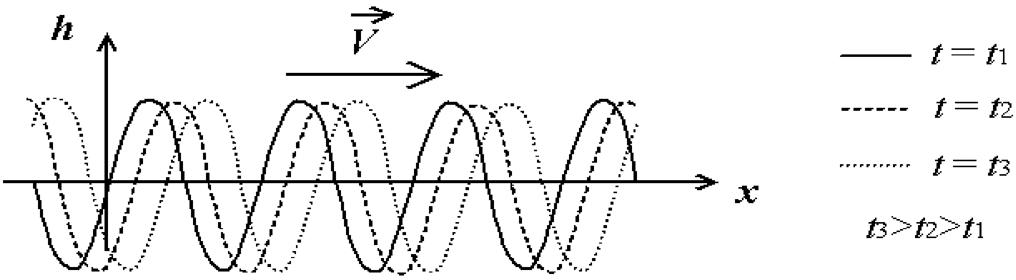
Une O.P.S.Se propageant dans e direction quelconque $\vec{n}$ ***:*** $\boxed{a(M,t) = \underbrace{F(t - \frac{\vec{OM}.\vec{n}}{c})}_{\text{O.P.P.dans le sens } \vec{n}}}$

<u>5. Quelles sont les interprétations des OPP ?</u>

Le déplacement a(x, t) d'un point de la corde à en fonction du temps est celui da la source en x=0 à l'instant. $t-\frac{x}{c}$: $a(x,t) = f(x-ct) = f(0-c(t-\frac{x}{c})) = a(0,t-\frac{x}{c})$

La forme $a(x,0)$ ***de la corde à l'instant t = 0 détermine complètement le déplacement de toute la corde à tout instant. L'allure de la corde à un instant t > 0: elle s'obtient par simple translation de longueur ct.*** $a(x,t) = f(x-ct) = f((x-ct)-0) = a(x-ct,0)$

$\Rightarrow$ *Ainsi une onde plane progressive de la forme a(x, t) = f(x - ct) représente la propagation sans déformation d'un signal à la vitesse c dans le sens des x croissants.*



De même, une onde plane progressive de la forme a(x, t) = g(x + ct) représente la propagation sans déformation d'un signal à la vitesse c dans le sens des x décroissants.

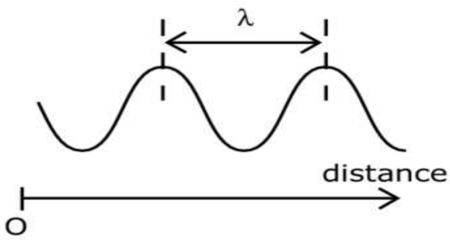
6. Donner l'expression d'une onde plane progressive harmonique (OPPH OU OPPM) ?

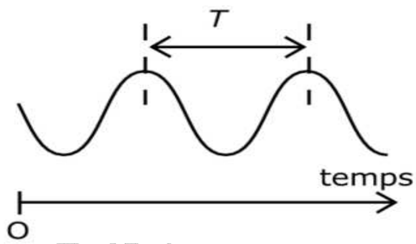
$\Rightarrow$ ***L'expression d'une onde plane progressive harmonique se dirigeant dans une direction quelconque définie par le vecteur unitaire $\vec{n}$ dirigé suivant le sens de propagation***

soit $a(M,t) = A\cos(\omega t - \vec{k}.\vec{n} + \varphi) \quad avec\ \vec{k} = \frac{\omega}{c}\vec{n}$

Le vecteur $\vec{k}$ définissant lui aussi la direction et le sens de propagation est appelé vecteur d'onde

$\Rightarrow$ *Ces fonctions possèdent une double périodicité :*





La période spatiale (en m) appelée longueur d'onde est la plus petite distance séparant deux points de milieu représentant le même état vibratoire :(à t donné)	***La période temporelle (en s) : la plus petite durée pour que chaque point (à x donné) du milieu se retrouve dans le même état vibratoire***
La pulsation spatiale : $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{cT}$	***La pulsation temporelle :*** $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Exemples *Cuve à ondes*

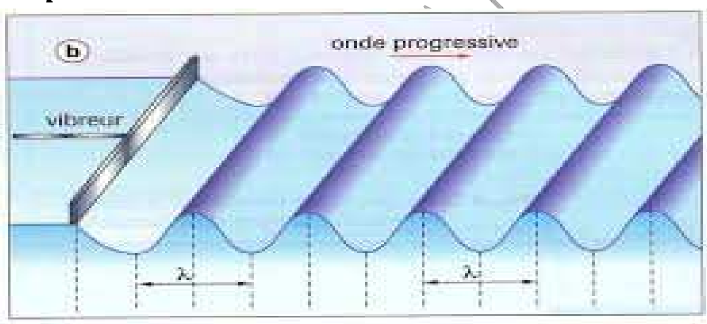
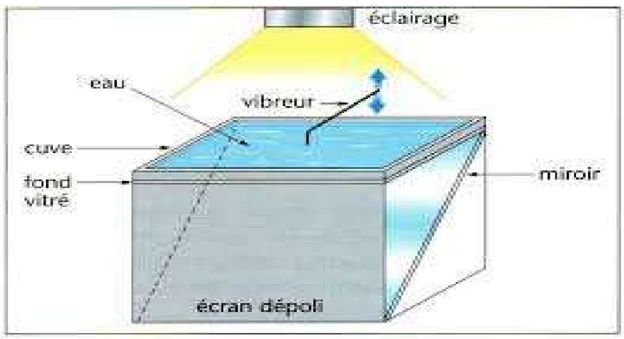


Fig. 10 Onde progressive plane.



$\Rightarrow$ *La longueur d'onde est la distance «parcourue» par l'onde pendant une période :* $\lambda = cT$

7. Ondes stationnaires ?

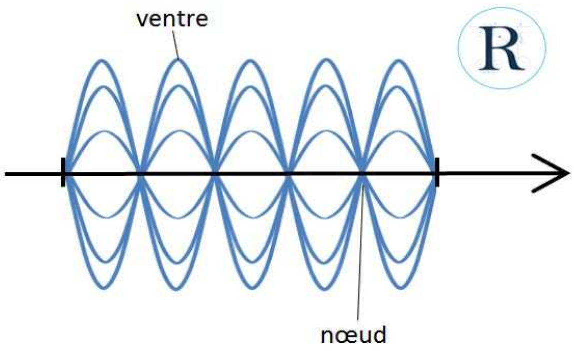
$\Rightarrow$ *Une onde stationnaire plane est représentée en notation réelle par une fonction qui se décompose en produit d'une d'espace et d'une fonction du temps:* $\boxed{a(x,t) = \underbrace{f(x)}_{\substack{fonction \\ d'espace}}\ \underbrace{g(t)}_{\substack{fonction \\ de temps}}}$.

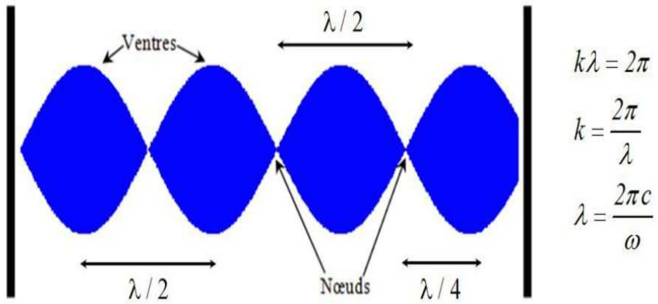
$\Rightarrow$ *les solutions physiquement acceptables :*

$$a(x,t) = C\cos(kx - \psi)\cos(\omega t - \phi)$$

$\Rightarrow$ *Ce type de solution, appelé onde plane stationnaire est très différent d'une onde plane progressive:* ***les dépendances spatiale (x) et temporelle (t) interviennent séparément; la dépendance spatiale intervient dans l'amplitude de l'oscillation temporelle et non plus dans la phase, de telle sorte que tous les points de la corde vibrent en phase ou en opposition de phase.***

L'allure correspondante de la corde à différents instants est représentée sur la fligure .





Certains points de la corde sont fixes et sont appelés nœuds de vibration; d'autres ont une amplitude de vibration maximale et sont appelés ventres de vibration.

Pour $\boxed{a(x,t) = C\cos(kx)\cos(\omega t)}$;

$\Rightarrow$ *La position des nœuds s'obtient aisément en exploitant la relation* $k = 2\pi/\lambda$:

$$\cos(kx) = 0 \quad soit \quad kx = (2n+1)\frac{\pi}{2} \quad soit \quad x = \frac{(2n+1)\lambda}{4}$$

$\Rightarrow$ *De même pour la position des ventres:*

$$\cos(kx) = \pm 1 \quad soit \quad kx = n\pi \quad soit \quad x = \frac{n\lambda}{2}$$

Pour une onde plane stationnaire : la distance entre deux nœuds (ou deux ventres) de vibration voisins est égale à $\lambda/2$ ***la distance entre un nœud et un ventre voisins est égale à*** $\lambda/4$.

Remarque importante :

$\Rightarrow$ *les deux familles des ondes progressives et des ondes stationnaires sont équivalentes,*

$\Rightarrow$ ***Une onde stationnaire est une superposition de deux ondes progressives de même amplitude et se propageant en sens inverse :***

$$\boxed{A\cos(\omega t -)\cos(kx-\psi) = \frac{A}{2}\cos(\omega t - kx - \phi - \psi) + \frac{A}{2}\cos(\omega t + kx - \phi + \psi)}$$

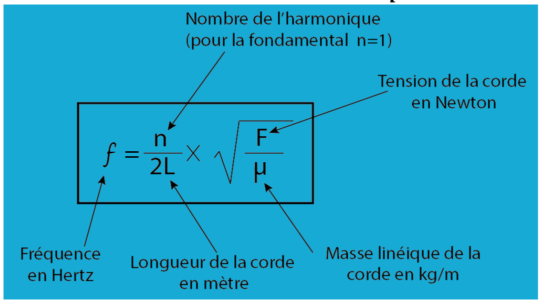
$\Rightarrow$ ***Une onde progressive est une superposition de deux ondes stationnaires de même amplitude et en quadrature:***

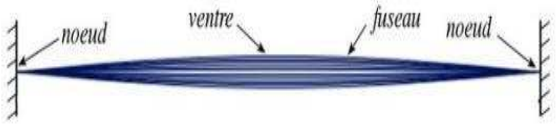
$$\boxed{A\cos(\omega t - kx - \phi) = A\cos(\omega t - \varphi)\cos(kx) + A\cos(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2})\cos(kx - \frac{\pi}{2})}$$

C'est alors la nature des conditions aux limites qui guide le choix entre la décomposition sur une famille d'ondes progressives ou sur une famille d'ondes stationnaires. par exemple pour une corde de longueur infinie, ou privilégie plutôt les ondes progressives, alors que pour une corde fixée eu un point, on *privilégie plutôt les ondes stationnaires.*

3. Oscillations libres d'une corde fixée à ses extrémités: modes propres.

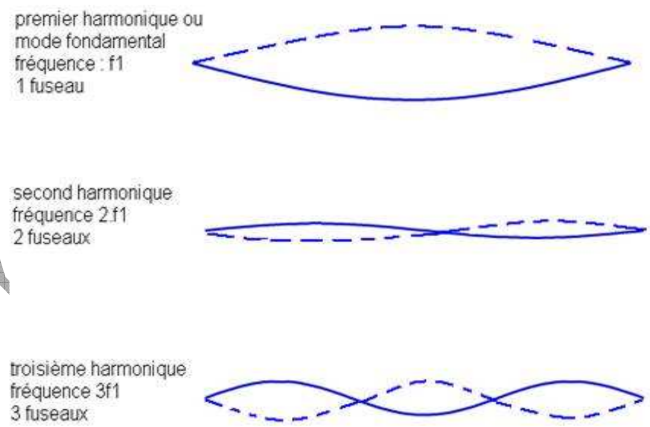
$\Rightarrow$ *une corde de longueur L fixée à ses extrémités d'abscisses* $x = 0$ *et x = L, c'est-à-dire telle que* $y(0,t) = 0$ *et* $y(L,t) = 0$, *Aucune action n'est exercée sur la corde, de telle sorte qu'il s'agit ici d'oscillations libres.*





$\Rightarrow$ *La norme k du vecteur d'onde est quantifiée: elle ne peut prendre pour valeur que les multiples de* π / L *; avec la relation* $k = \omega / c$, *il en résulte que les pulsations sont quantifiées:*

$$\boxed{\omega_n = 2\pi f_n = n\frac{\pi c}{L}}$$



$\Rightarrow$ ***en faisant apparaître la longueur d'onde :***

$$kL = \frac{2\pi}{\lambda} L = n\pi \qquad \boxed{L = n\frac{\lambda_n}{2}}$$

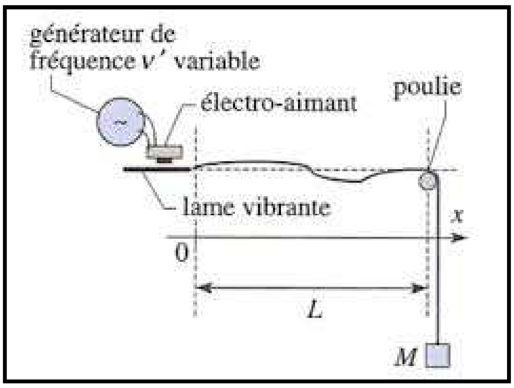
$\Rightarrow$ ***La famille de solutions obtenue est telle que tous les éléments de la corde vibrent en phase ou en opposition de phase. De plus, il s'agit d'oscillations libres appelées modes propres de la corde et leurs pulsations sont appelées pulsations propres de la corde :***

$$\boxed{y_n(x,t) = A_n \cos\left(\frac{n\pi ct}{L} - \phi_n\right)\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)}$$

L'allure de la corde vibrante pour les premiers modes propres est donnée sur la figure

4. Oscillations forcées d'une corde fixée à une extrémité: ondes stationnaires et résonances.

$\Rightarrow$ *Le dispositif de l'expérience de Melde est représenté sur la figure : l'extrémité d'abscisse x = L d'une corde est fixée .un opérateur impose à son extrémité d'abscisse* $x = 0$ *un déplacement transversal* $y(0,t) = a\cos(\omega t)$.



On observe donc un phénomène de résonance lorsque la pulsation ω ***de l'excitateur est confondue avec une des pulsations propres*** ω_n ***de la corde vibrante.***