OND2 : les ondes électromagnétiques dans le vide. M.JANAN

1.Équations de propagation des champs dans une région sans charges ni courants.

$\Rightarrow$ *Dans un espace vide de charges et de courants:* $\rho = 0$ *et* $\vec{j} = 0$, *les équations de Maxwell s'écrivent :*

$$\overrightarrow{rot}\vec{E} = \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\ (MF) \qquad div\vec{E} = \vec{\nabla}.\vec{E} = 0\ (MG)$$

$$div\vec{B} = \vec{\nabla}.\vec{B} = 0 \quad (M\phi) \qquad \overrightarrow{rot}\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\ (MA)$$

$\Rightarrow$ ***Équation d'onde de D'Alembert tridimensionnelle :***

$$\Delta\vec{E} - \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \text{ soit } \Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$$

$$\Delta\vec{B} - \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \vec{0} \quad avec\ \ c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$$

En effet: $\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}\vec{E}) = -\frac{\partial \overrightarrow{rot}\vec{B}}{\partial t} \rightarrow \overrightarrow{grad}\,(\overbrace{div\vec{E}}^{=0}) - \Delta\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t})$ *Soit :* $avec\ \ c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$

2 solutions de l'equation de propagation en ondes planes

$\Rightarrow$ *Dans la cas d'un système de coordonnées cartésiennes(x,y,z),chacune des 6 composantes du champ électromagnétique* $(E_x, E_y, E_z, B_x, B_y, B_z)$ *noté a(x,y,z) vérifie l'équation de d'alembert :*

$$\Delta a - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 a}{\partial t^2} = 0 \rightarrow \frac{\partial^2 a}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 a}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 a}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 a}{\partial t^2} = 0$$

$\Rightarrow$ ***La solution de l'équation de D'Amber en ondes planes se propagent dans le direction*** $\vec{n} = \vec{e_x}$ **par exemple:** $a(M,t) = \underbrace{f_+(t - \frac{x}{c})}_{O.P.P\nearrow} + \underbrace{f_-(t + \frac{x}{c})}_{O.P.P\searrow}$ ***a est une composante scalaire du champ électromagnétique***

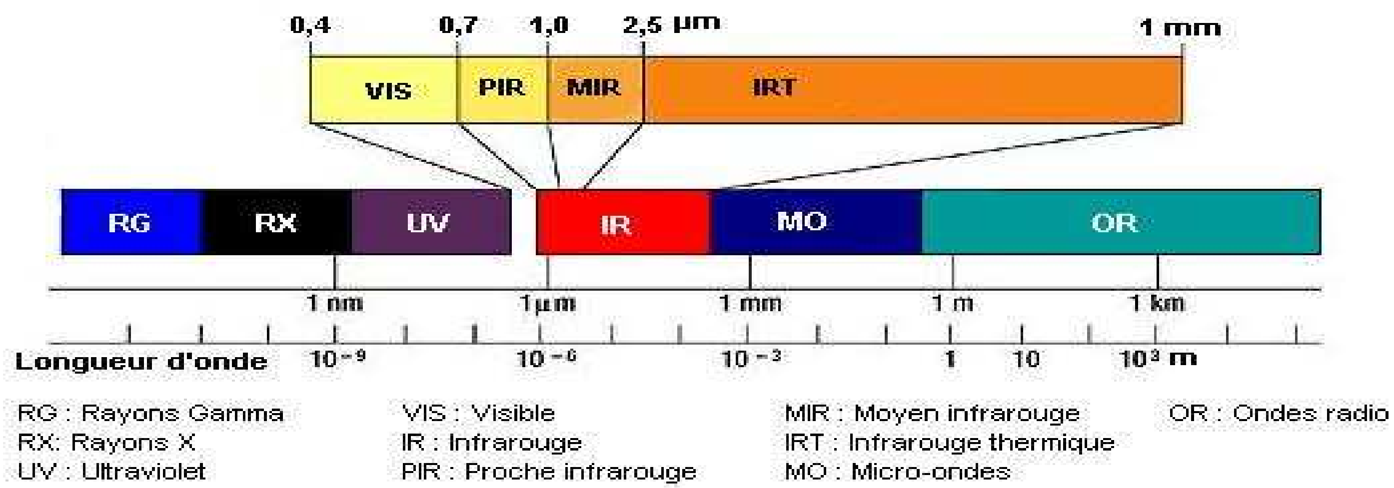
$\Rightarrow$ ***S'il s'agit d'une onde monochromatique (harmonique) si cette dépendance est de la forme:***

$$a(M,t) = A\cos\left[\omega t - \vec{k}.\overrightarrow{OM} + \varphi\right] \textit{ Avec : } \vec{k} = k\vec{u} = \left(\frac{\omega}{c}\right)\vec{u}$$

$\vec{k}$ ***Définissant lui la direction et le sens de propagation est appelé vecteur d'onde***

3. Structure de l'onde progressive plane électromagnétique dans le vide.

3.1. le spectre électromagnétique



Fréquence	Gamme	Exemples d'applications
0 Hz	Champs statiques	Electricité statique
3-300 Hz	Extrêmement basses fréquences (ELF)	Réseau électrique et électroménager
300 Hz à 30 kHz	Fréquences intermédiaires	Ecrans vidéo, chauffage par induction
30 kHz à 300 GHz	Radiofréquences	Radiodiffusion, télédiffusion, téléphone mobile, four à micro-ondes, radars, communications par satellites.
300 GHz à 385 THz	Infrarouge	Détecteurs anti-vol, Télécommandes
385 THz à 750 THz	Visible	Soleil, lasers
750 THz à 3 PHz	Ultraviolet	Soleil, photothérapie
3 PHz à 30 PHz	Rayons X	Radiologie
Au delà de 30 PHz	Rayons gamma	Physique nucléaire

3.2. Expression du champ électromagnétique

Dans le cas d'une OPPH se propageant dans la direction et sens de $\vec{u}$,en cordonnes cartésiennes

$$\vec{E} = \begin{cases} E_{ox}\cos(wt-\vec{k}.\vec{r}+\varphi_x)\vec{e_x} \\ E_{oy}\cos(wt-\vec{k}.\vec{r}+\varphi_y)\vec{e_y} \\ E_{oz}\cos(wt-\vec{k}.\vec{r}+\varphi_z)\vec{e_z} \end{cases} = \mathrm{Re}\,\underline{\vec{E}} \;\; avec \;\; \underline{\vec{E}} = e^{j(wt-\vec{k}.\vec{r})} \begin{cases} E_{ox}e^{j\varphi_x} \\ E_{oy}e^{j\varphi_y} \\ E_{oz}e^{j\varphi_z} \end{cases}$$

$$Avec : \;\; \underline{\vec{E}_0} = \begin{cases} E_{0x}e^{j\varphi_x} \\ E_{0y}e^{j\varphi_y} \\ E_{0z}e^{j\varphi_z} \end{cases} \;\; il\ vient : \;\; \underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}_o}e^{j(\omega t-\vec{k}.\vec{r})} = \underline{\vec{E}_o}e^{j(\omega t-k_x x-k_y y-k_z z)}$$

3.3. Les opérateurs.

- ***La linéarité des équations de MAXWELL permet d'utiliser la méthode complexe pour les calculs des champs***
- ***Les grandeurs énergétiques(Le vecteur de Poynting, puissance,....) n'étant pas linéaire vis-à-vis du champ électromagnétique, il faut les déterminer à partir des expressions réelles de $\vec{E}$ et $\vec{B}$.***

$\boxed{\dfrac{\partial X}{\partial t} \leftrightarrow \mp j\omega X}$, $\boxed{div\vec{X} \leftrightarrow \pm j\vec{k}.\vec{X}}$, $\boxed{\overrightarrow{rot}\vec{X} \leftrightarrow \mp j\vec{k}\times\vec{X}}$, $\boxed{\Delta X \leftrightarrow -k^2 X}$

3.3. Les équations de Maxwell en notation complexe deviennent pour O.P.P.M :

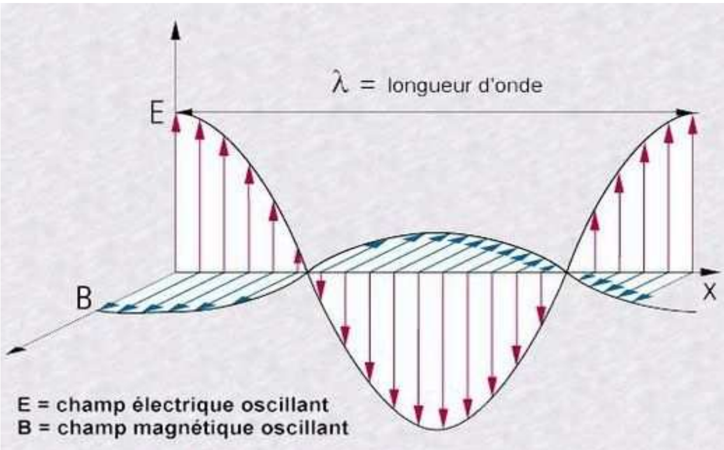
3.4. Structure de l'onde pph

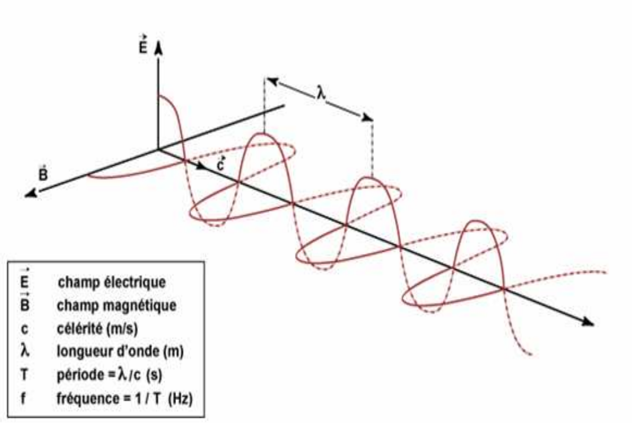
$\Rightarrow$ ***MG :*** $div\vec{E}=0 \leftrightarrow j\vec{k}.\vec{E}=0 \Rightarrow \vec{k}\perp\vec{E}=0$ ***:La composante du champ électrique suivant la direction de propagation est donc nulle; on dit que le champ est transversal ou que l'onde est transverse électrique*** $\boxed{\vec{n}\perp\vec{E}}$

$\Rightarrow M\varphi\ \vec{k}.\underline{\vec{B}}=0 \rightarrow \vec{k}\perp\vec{B}=0$ ***La composante du champ magnétique suivant la direction de propagation est donc nulle; on dit que le champ est transversal. ou que l'onde est transverse mahnetique*** $\boxed{\vec{n}\perp\vec{B}}$

$\Rightarrow$ ***MF :*** $\boxed{\vec{B}\underbrace{=}_{opph}\dfrac{\vec{k}\wedge\vec{E}}{\omega}\underbrace{=}_{vide}\dfrac{\vec{n}\wedge\vec{E}}{c}}$ ***avec*** $\vec{k}=\dfrac{\omega}{c}\vec{u}$ ***:*** $\vec{n},\vec{E}$ ***et*** $\vec{B}$ ***forment un trièdre direct.***

Où l'on reconnaît la relation de structure de l'onde progressive plane.





$\Rightarrow$ ***Tous ces résultats sont valables dans le cas général des ondes planes progressives .***

5. Vitesse de phase.

$\Rightarrow$ ***On en déduit que les plans équiphases(phase constante) se déplacent avec une vitesse appelée <u>vitesse de phase</u>, définie par:*** $\boxed{v_{\varphi}=\dfrac{\omega}{k}}$

$\Rightarrow$ ***<u>Dans le vide</u>, on a*** $\boxed{\omega=k.c}$***; la vitesse de phase est donc constante, indépendante de la fréquence de l'onde et*** $\boxed{v_{\varphi}=c}$ ***on dit que le vide est un milieu non dispersif***

$\Rightarrow$ ***la relation entre*** ω et k ***est appelle relation de dispersion dans le cas d'une O. .P.P.H dans le vide :*** $\boxed{k^2=\dfrac{\omega^2}{c^2}}$

6 . Aspect énergétique de la propagation d'une *OPP dans le vide*

$\Rightarrow$ ***L'énergie électromagnétique volumique s'écrit pour une*** *OPP* ***dans le vide, avec*** $B(M,t)=\dfrac{E(M,t)}{c}$ $\boxed{e(M,t)=\varepsilon_0 E^2(M,t)=\dfrac{1}{\mu_0}B^2(M,t)}$

il y a équipartition des contributions électriques et magnétiques à l'énergie totale.

$\Rightarrow$ ***Le vecteur de Poynting peut s'exprimer en fonction du seul champ électrique (ou du seul champ magnétique) selon :***

$$\boxed{\vec{\Pi} = \varepsilon_0 E^2 c\,\vec{n} = \frac{1}{\mu_0} B^2 c\,\vec{n}}$$ ***ou avec l'énergie volumique e :*** $$\boxed{\vec{\Pi} = \mathrm{e(M,t)c}\,\vec{n}}$$

$\Rightarrow$ *Le fait que $\vec{\Pi}$ est colinéaire à $\vec{n}$ qui caractérise la direction de propagation et avec son rôle de vecteur courant de l'énergie transportée par l'onde : l'OPP transporte le l'énergie dans sa propre direction de propagation et avec une vitesse égale à sa célérité.*

$\Rightarrow$ *On montre ainsi que pour une O.P.P. l'énergie se propage dans la direction et le sens défini par $\vec{n}$ à la célérité c (si propagation dans le vide).*

$\Rightarrow$ *On appelle l'intensité énergétique d'un rayonnement electromagnetique la moyenne temporelle de la norme de son vecteur de poynting : c'est la valeur moyenne de la puissance que reçoit par unité de surface un détecteur plan dirige perpendiculairement à la direction de propagation du rayonnement.*

$$\boxed{I = \left\langle \left\| \vec{\Pi} \right\| \right\rangle \ w.m^{-2}}$$

$\Rightarrow$ *Pour une opph :*

$$\boxed{I = \left\langle \left\| \vec{\Pi} \right\| \right\rangle = \left\langle \varepsilon_0 E^2 c \right\rangle = \varepsilon_0 c \left\langle E^2 \right\rangle = \varepsilon_0 c \left\langle E_0^2 \cos^2(\omega t - kx + \varphi) \right\rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_0^2}$$

- *La densité volumique d'énergie moyenne* $\left\langle e(\mathrm{M,t}) \right\rangle = \varepsilon_0 \left\langle E^2(\mathrm{M,t}) \right\rangle = \varepsilon_0 \dfrac{E_0^2}{2}$
- *Le rapport de la moyenne du vecteur de poynting* $\left\langle \left\| \vec{\Pi} \right\| \right\rangle$ *sur la moyenne de la densité volumique d'énergie homogene à une vitesse appelle vitesse de propagation de l'énergie :*

$$\boxed{\vec{v}_{energie} = \frac{\left\langle \left\| \vec{\Pi} \right\| \right\rangle}{\left\langle e(\mathrm{M,t}) \right\rangle}}$$

- *dans le cas des opp dans le vide :* $\boxed{v_{energie} = c}$