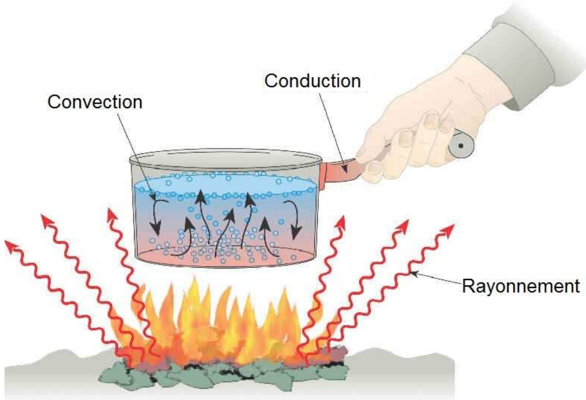
Diffusion thermique M.JANAN 2017/2018

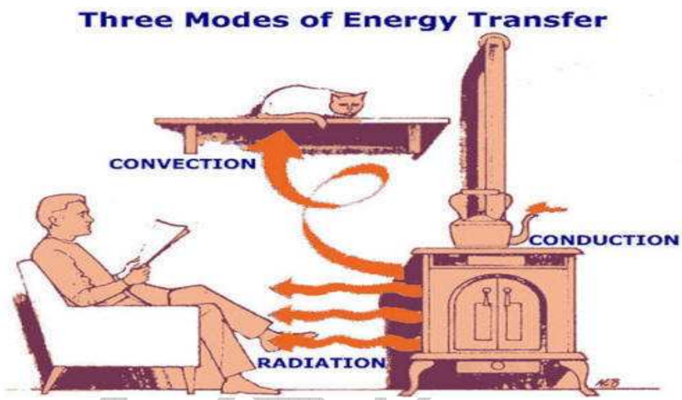
1) Définition

On appelle transfert thermique un échange de chaleur entre systèmes ou parties d'un système présentant une différence de température (un gradient de température) ceci quel que soit le milieu, même vide, qui les sépare, ils ont pour effets de

- **modifier les températures des systèmes**
- **provoquer des changements d'états.**

2) Différents modes de transferts thermiques





Nom du transfert	Transfert par conduction	Transfert par convection	Transfert par radiation
Description macroscopique	Transfert de l'énergie thermique dans un milieu matériel de proche en proche : Métal T_1 ← $T_2 > T_1$ Transfert thermique par conduction	Transfert de l'énergie thermique dans un milieu matériel par mouvement d'un fluide : Air chaud → Air froid Mouvement de l'air chaud vers l'air froid	Transfert de l'énergie thermique sans besoin de milieu matériel par ondes électromagnétiques : Source lumineuse → Système $T \nearrow$ Radiation lumineuse
Description microscopique	L'agitation thermique permet le transport de proche en proche de l'énergie thermique.	Le mouvement d'ensemble des particules composant le fluide permet le transport de l'énergie thermique par convection.	Les photons transportent une quantité d'énergie $E = h.v$ permettant le transfert thermique par rayonnement.

3) TRANSFERTS THERMIQUES CONDUCTIFS

3.1. Le vecteur densité de flux thermique

- **la quantité de chaleur traversant surface élémentaire dS pendant dt :**

$$\delta^2 Q = \vec{j}_Q.\vec{n}dSdt(J)$$

où $\vec{j}_Q$ représente le vecteur densité de flux thermique (W/m²).

- **La Quantité de chaleur traversant traversant toute la surface S :** $\delta Q = dt\iint_S \vec{j}_Q.d\vec{S}$

- on appelle flux thermique (W) : $\Phi = \iint_S \vec{j}_Q . d\vec{S} = \frac{\delta Q}{dt}$

3.2. Loi de Fourier

- Les transferts conductifs, dans un milieu homogène isotrope, sont dus à la non uniformité du champ des températures T(M, t) et s'effectuent toujours des régions de plus grande température vers les régions de plus faible température .Ces observations sont traduites par la loi phénoménologique de Fourier (1822) : $\vec{j}_{th} = -\lambda \overrightarrow{grad} T$
- λ est un coefficient positif, exprimé en $Wm^{-1}K^{1}$ appelé conductivité thermique .
- le tableau ci-dessous donne quelques ordres de grandeur caractéristiques à 300 K :

3.3) Analogie électrique

Loi d'Ohm : conduction électrique	Loi de Fourier : conduction thermique.
$\vec{j} = \gamma \vec{E} = -\gamma \overrightarrow{grad} V$	$\vec{j}_{th} = -\lambda \overrightarrow{grad} T$
Potentiel électrique V	Température T
$I = \iint_S \vec{j} . d\vec{S} = \frac{dq}{dt} \quad A = C.S^{-1}$ (flux de $\vec{j}$ à travers S)	$\Phi_{th} = \iint_S \vec{j}_{th} . d\vec{S} = \frac{\delta Q}{dt} (w = j.S^{-1})$ (flux de $\vec{j}_{th}$ à travers S)
Conductivité électrique : γ (en $\Omega^{-1}.m^{-1}$)	*Conductivité thermique* : λ (en $W.m^{-1}.K^{-1}$)
conducteur métallique : 10^7 à 10^8 usi	bon conducteur métallique : 10^2 usi
semi-conducteur : 10^{-4} à 10^2 usi	bois, eau, verre, acier : 10^{-1} à 10 usi
isolant électrique : 10^{-6} usi	bon isolant thermique : 10^{-2} usi
Résistance électrique : $R = \frac{V_1 - V_2}{I} (V / A)$ ou conductance électrique : $G = \frac{I}{V_1 - V_2}$	Résistance thermique : $R_{th} = \frac{T_1 - T_2}{\Phi_{th}} (K / w)$ ou conductance thermique : $G_{th} = \frac{\Phi_{th}}{T_1 - T_2}$

Les analogies établies ci-dessus, montrent que les lois d'associations des résistances thermiques sont les mêmes que celles des résistances électriques

4) Bilan de diffusion thermique

Soit un solide homogène et isotrope de **masse volumique** ρ. et de **capacité calorifique massique** ***c***, hors équilibre (dont la température n'est pas uniforme), à l'intérieur duquel peuvent exister des sources internes d'énergie (géothermie, radioactivité, source de chaleur, ...) qu'on caractérise par leur **puissance volumique** p_{th}. Soit $\vec{j}_{th}$ le vecteur densité de courant thermique dans le matériau

4.1) équations de continuité.

Dans le cas unidimensionnel, on peut écrire: $\vec{j}_{th} = j(x,t)\vec{u}_x$ et T = T(x, t).un bilan d'énergie thermique pour un cylindre d'axe Ox, de surface de base S, de hauteur dx :

On obtient : $\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + div\,\vec{j} = p_{th}$

4.2. Equation de la chaleur

En associant la loi de Fourier et l'équation de conservation de l'énergie dans lesquelles on suppose λ, ρ et c indépendants de la température, on obtient l'équation de la chaleur:

$$\boxed{\Delta T - \frac{\rho c}{\lambda}\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{p_{th}}{\lambda} = 0}$$

cas particuliers :

- milieu avec source interne en régime permanent : $\Delta T + \frac{p_{th}}{\lambda} = 0$ (équation de Poisson)
- milieu sans source interne, en régime permanent: $\Delta T = 0$ (équation de Laplace)
- milieu sans source interne, en régime variable: $\Delta T = \frac{\rho c}{\lambda}\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$ (équation de Fourier) avec $\alpha = \frac{\lambda}{\rho c}$: diffusivité thermique (m^2/s).

4.3. Résistance thermique : Réponse en régime stationnaire, sans termes de production.

En régime stationnaire et sans sources internes dans le matériau, le champ de température est solution de l'équation de Laplace: $\Delta T = 0$. On a aussi $\boxed{div\,\vec{j}_{th} = 0}$. Le flux thermique à travers toute surface fermée est nul.

Cas d'un problème unidimensionnel: T(x).

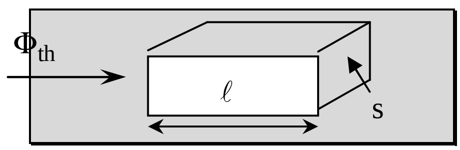
Montrer que : $\boxed{T(x) = A.x + B}$ et que : $j_{th} = -\lambda A$

cas d'un problème à symétrie cylindrique: T(r).

Montrer que : $\boxed{T(r) = A.\ln(r) + B}$ et que : $j_{th} = -\lambda A / r$.

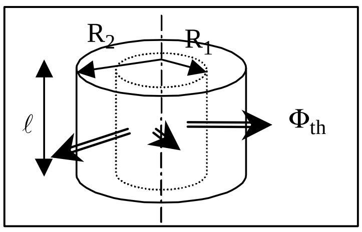
Cas d'une **propagation unidimensionnelle** à travers un matériau de longueur ℓ et de section s

$$\boxed{R_{th} = \frac{1}{\lambda}\frac{\ell}{s}} \text{ ou } \boxed{G_{th} = \lambda \frac{s}{\ell}}$$



Cas d'une **propagation radiale à travers un cylindre** (problème à symétrie cylindrique). Le flux conductif est radial, ne dépendant que de la distance r à l'axe Oz, s'écoulant entre deux cylindres coaxiaux de rayons R_1 et R_2 ($R_2 > R_1$).

Pour un tronçon de longueur ℓ, on établit que : $\boxed{R_{th} = \frac{1}{\lambda}\frac{\ln\left(R_2/R_1\right)}{2\pi\ell}}$.



5. TRANSFERTS THERMIQUES CONVECTIFS

5.1. Loi de NEXTON : convection limitée à la détermination des échanges de chaleur ayant lieu entre une paroi solide et un fluide en contact avec celle-ci.

- **la quantité de chaleur qui traverse un élément de surface dS, dans le sens de sa normale $\vec{n}$, pendant la durée dt, peut être mise sous la forme:**

$$\delta^2 Q = h(T - T_F)dSdt$$

avec T la température de la surface du solide et T_F la température au sein du fluide (loin de la surface).

- **le flux thermique à travers dS sous la forme:** $\boxed{\delta\Phi = h(T_S - T_F)dS}$

la densité de flux thermique à travers dS : $\vec{j}_{cv} = h(T - T_F)\vec{n}_{s\to F}$**, h est un coefficient positif, exprimé en W/m².K, appelé coefficient de transfert conducto-convectif. .**

- **Dans le cas d'un problème à une dimension pour une section S ,situé à l'extrémité du matériau :** $\Phi_{cond} = \Phi_{cv} \Rightarrow -\lambda\left(\frac{dT}{dx}\right)_{x_0} S = h(T(x_0) - T_F)S$

5.2. Résistance thermique convective

- **on peut définir une résistance thermique sous la forme :** $R_t = (T_S - T_F)/\Phi$ **soit, dans le cas d'une surface S à température uniforme:** $R_t = 1/hS\ (K/W)$.
- **Cette résistance thermique convective s'associe aux résistances thermiques conductives lorsqu'on utilise l'analogie électrique.**