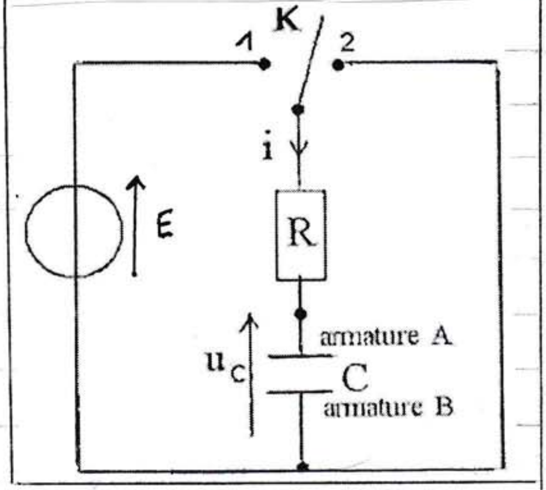
2/ Dipôle RC soumis à un échelon de tension



2-1 Etude de la charge d'un condensateur.

Le condensateur est initialement déchargé.
à $t=0$ on met l'interrupteur (K) dans la position 1 : le condensateur se charge.

Appliquons la loi des mailles : $E = u_R + u_C$

$E = Ri + u_C \Rightarrow \boxed{E = RC\frac{du_C}{dt} + u_C}$

Equation différentielle dont la solution est :

$u_C = Ae^{-mt} + B$ avec A, B et m des constantes.

$\frac{du_C}{dt} = -Ame^{-mt}$ on remplace dans l'équation différentielle

$$-AmRCe^{-mt} + Ae^{-mt} + B = E$$

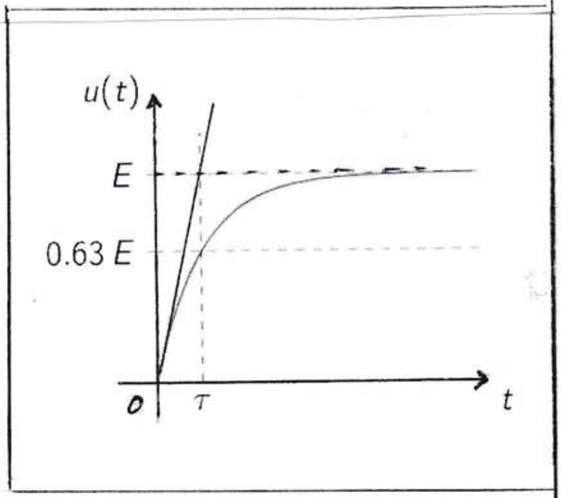
$$Ae^{-mt}\left[1 - mRC\right] + B = E$$

La validité de l'expression quelque soit t et $u_C = 0$ à $t=0$ donnent :

$1 - mRC = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{RC}$ on pose $RC = \tau$ constante de temps.

$B = E$ $A = -B = -E$ (à $t=0$, $u_C=0$)

d'où $\boxed{u_C(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$



- Pour déterminer graphiquement τ on trace la tangente à la courbe $u_C(t)$ en $t=0$, elle coupe l'asymptote $u_C = E$ en un point d'abscisse $t = \tau$.
- Pour $t = \tau \Rightarrow u_C = 0{,}63\,E$
- Pour $t = 5\tau \Rightarrow u_C = 0{,}99\,E$ on considère que le condensateur est totalement chargé.

<u>Remarque :</u>

$i(t) = C\frac{du_C}{dt} = \frac{CE}{\tau}e^{-t/\tau} \Rightarrow \boxed{i(t) = \frac{E}{R}e^{-t/\tau}}$

2-2) La décharge du condensateur.

Le condensateur étant chargé, on bascule l'interrupteur (K) en position 2.
La loi des mailles $u_C + u_R = 0$

$u_C + RC\frac{du_C}{dt} = 0$, La solution de cette équation différentielle :

$u_C = Ae^{-mt}$

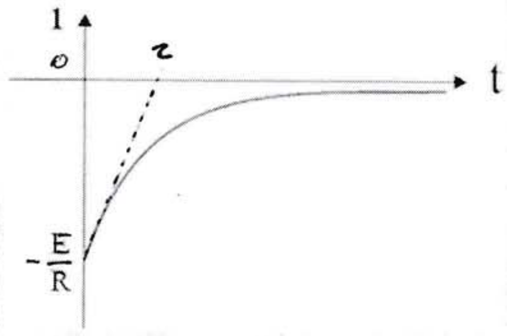
$\frac{du_C}{dt} = -mAe^{-mt}$

$Ae^{-mt}\left[1 - mRC\right] = 0$

Les conditions initiales et la validité de cette expression quelque soit t donnent :

$m = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau}$ $A = E$

d'où $\boxed{u_c = E\, e^{-t/\tau}}$



• L'expression du courant :

$i(t) = C\frac{du_c}{dt} = -\frac{CE}{\tau}\, e^{-t/\tau}$

$\boxed{i(t) = -\frac{E}{R}\, e^{-t/\tau}}$ $\frac{E}{R} = I_0$

<u>Remarque :</u>

A la charge ou à la décharge :

- La tension aux bornes du condensateur est continue.
- L'intensité du courant est discontinue.

<u>Exercice :</u>

Dans le cas de la décharge du condensateur :

Trouver l'expression de l'équation différentielle vérifiée par la charge q du condensateur.

1- Réponse du dipôle RC à un échelon de tension ascendant (Le condensateur non chargé)

A la date t=0 , on met l'interrupteur à la position 1 , un courant électrique passe alors dans le circuit ,son intensité i varie au cours du temps comme le montre la figure 2 .

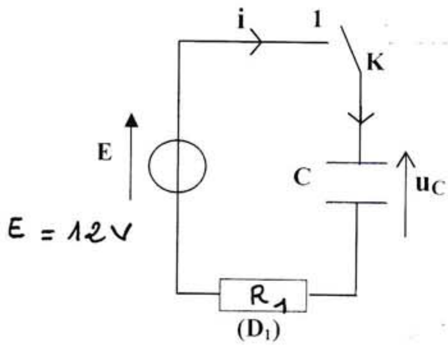


Figure1

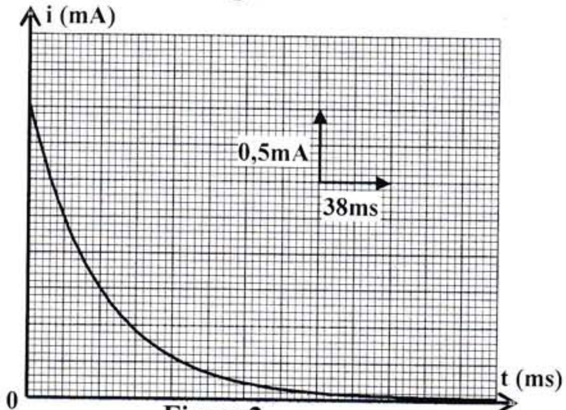


Figure2

0,5 **1.1-** Montrer que l'équation différentielle que vérifie l'intensité du courant i s'écrit sous la forme : $\frac{di}{dt} + \frac{1}{R_1.C}.i = 0$.

0,5 **1.2-** la solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme $i(t)=A.e^{-\lambda.t}$.
Déterminer l'expression de chacune des deux constantes A et λ en fonction des paramètres du circuit .

0,5 **1.3-** Déterminer la valeur de la résistance R_1 . Vérifier que $C=6{,}3\mu F$.